

# BAB III

## OPTIMASI DENGAN SOLVER



FRONTLINE  
solvers



Microsoft  
Excel 2013

Pada pembahasan kali ini, kita akan membahas secara sekilas mengenai macam – macam model optimasi dan pemodelannya secara matematis. Kita tidak akan membahas mengenai langkah – langkah perhitungan secara manual, tetapi akan memfokuskan bahasan pada cara penyelesaian masing – masing contoh dengan solver beserta tips pemodelan spreadsheet. Beberapa contoh dari permasalahan optimasi yang akan dibahas antara lain :

- Macam – macam metode penyelesaian berdasarkan sifat dari variabel bebas dan terikat
- Optimasi linier seperti linear programming, integer linear programming, transportation, shortest path, dll.
- Optimasi nonlinier seperti pengendalian persediaan dan penentuan lokasi.
- Optimasi evolusioner dengan algoritma genetika seperti travelling salesman

### 3.1 Variabel bebas dan terikat

Hal yang akan kita temui pada penyelesaian permasalahan optimasi, disamping pemodelan sistem adalah perhitungan berdasarkan proses untuk melangsungkan interaksi antar variabel – variabel bebas dan terikat. Secara garis besar, interaksi antara variabel bebas dan terikat disajikan pada persamaan 3.1 (Ragsdale, 2007:5),

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k) \quad (3.1)$$

Keterangan :

Y merupakan variabel terikat

$X_1, X_2, \dots, X_k$  merupakan variabel - variabel bebas

$f(\dots)$  merupakan suatu simbol untuk menunjukkan interaksi – interaksi dari variabel bebas, bisa saling menjumlahkan, saling mengalikan, atau notasi - notasi perhitungan matematis yang lain.

### 3.2 Metode perhitungan berdasarkan interaksi variabel

Metode perhitungan dibedakan berdasarkan jenis variabel bebas dan terikat pada persamaan 3.1. Tabel 3.1 menunjukkan perbedaan jenis - jenis model (Ragsdale, 2007:6). Secara umum terdapat 3 jenis model, yaitu model preskriptif, prediktif dan deskriptif.

Tabel 3.1 Metode perhitungan pada manajemen model berdasarkan sifat dari variabel bebas dan terikat

| Model   | Sifat Variabel |  | Cotnh Teknik Perhitungan<br>[f(...)]  |
|---|----------------|--|---|
|   | Bebas<br>[Y]   | Terikat<br>[X <sub>1</sub> ,...,X <sub>k</sub> ] |   |
| Preskriptive  | √              | √  | Linear Programming, Network, Integer Programming, Critical Path Method, Goal Programming, EOQ, Non Linear Programming |
| Prediktif   | √              | X  | Analisis Regresi, Analisis Time Series, Analisis Diskriminan  |
| Deskriptif  | X              | √  | Simulasi, Teori Antrian, PERT, Inventory Model  |
| Keterangan :  |                |  |   |
| √ = [Dapat didefinisikan secara pasti] dan/atau [Bernilai pasti]        |                |  |   |
| X = [Tidak diketahui] dan/atau [Tidak dapat didefinisikan secara pasti] |                |  |   |

### 3.3 Optimasi dengan bantuan Solver

Salah satu kata kunci dalam *operational research* adalah optimasi, yang berarti pengambilan keputusan sebaik mungkin dengan pertimbangan kendala – kendala yang ada (Surachman; Murti, 2012:1). Penerapan teknik *operational research* pada kehidupan nyata sangat bergantung pada kecepatan hitung agar pengambil keputusan dapat melaksanakan tugasnya sesegera mungkin dan inilah keuntungan dari penggunaan *add in solver*. Penggunaan *add-in solver* merupakan hal yang penting dalam merancang suatu sistem pendukung keputusan berbasis optimasi pada *ms.excel*. Fungsi tujuan dari masing – masing model program linier dapat diselesaikan dengan bantuan *solver* tanpa harus melakukan perhitungan matematis secara manual, sehingga hasil yang optimal mampu kita dapatkan sesegera mungkin.

### 3.4 Optimasi dengan Program Linear

Pada dasarnya program Linear adalah suatu pemecahan masalah melalui model matematis. Model matematis dalam program linier menggunakan fungsi tujuan maupun kendala yang memenuhi kaidah fungsi linier (Hillier;Lieberman : 2001:3). Ada 2 fungsi linear yang dipertimbangkan pada program linier, yaitu fungsi tujuan dan fungsi kendala. Contoh kasus yang telah diselesaikan dengan metode LP disajikan pada tabel 3.2.

Tabel 3.2 Penyelesaian Kasus dengan ILP

| Sumber                 | Aplikasi metode LP   |
|------------------------|--|
| Surachman; Murti. 2012 | <i>LP-based production quantity</i> , menentukan jumlah produk <i>continous</i> yang harus diproduksi berdasarkan batasan sumber daya. |
| Ragsdale, 2007         | <i>Product Mix</i> , menentukan jumlah produk <i>continous</i> yang harus diproduksi berdasarkan alokasi bahan baku yang ada.          |

#### 3.4.1 Asumsi pada Program Linier

Ada beberapa asumsi yang membatasi kemutlakan penggunaan program linier pada kondisi nyata. Apabila suatu permasalahan tidak dapat diselesaikan dengan program linier, permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan optimasi *nonlinier* atau *evolutionary* dengan algoritma genetika yang akan dibahas kemudian. Berdasarkan Haming dan Nunrnajamuddin (2014:319), ada 5 asumsi yang dimiliki oleh program linier.

##### 1. *Linearity*

Dalam program linier, baik fungsi tujuan maupun kendala merupakan fungsi linier. Apabila ada suatu permasalahan optimasi dengan salah satu atau kedua fungsi yang menunjukkan nonlinieritas, maka program linier bukan merupakan metode yang cocok untuk memecahkan permasalahan tersebut. Contoh dari linieritas adalah apabila suatu produk memerlukan 10 unit

bahan untuk menghasilkan 1 produk, maka alokasi 40 unit bahan akan menghasilkan 4 produk.

## 2. *Additivity*

Nilai akhir dari fungsi tujuan maupun kendala merupakan hasil penjumlahan dari variabel – variabel terikat. Misalkan ketika kita ingin menentukan suatu nilai *profit*, apabila produk A memberikan keuntungan 10 satuan mata uang dan produk B memberikan 20 satuan mata uang, apabila masing – masing produk diproduksi 1 unit, keuntungan yang bisa didapatkan adalah :  $10 (1) + 20 (1) = 30$  satuan mata uang.

## 3. *Proportioanlity*

Nilai konstanta yang dimiliki oleh suatu variabel, baik pada fungsi tujuan maupun kendala akan selalu konstan dan tidak mengalami perubahan berapapun nilai variabel terikatnya. Misalkan untuk membeli bahan A membutuhkan 20 satuan mata uang, apabila kita membeli 1 atau 1 juta sekalipun harganya tetap 20 satuan mata uang dan tidak ada diskon.

## 4. *Non-negativity*

Hasil keputusan nilai variabel keputusan harus  $\geq 0$  baik bilangan bulat, desimal, biner bahkan *solver* menyajikan pilihan tipe data *alldifferent* yang dapat memberikan *output* nilai variabel keputusan yang berbeda - beda.

## 5. *Certainty*

Seluruh parameter diketahui nilainya secara pasti. Berdasarkan tabel 3.1, hal ini merupakan salah satu sifat dari interaksi variabel bebas dan terikat yang bisa diselesaikan dengan program linier

### 3.4.2 Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala

#### Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan pada program linear disajikan pada persamaan 3.2 (Surachman; Murti, 2012:8).

$$\left( \begin{array}{l} \text{Minimasi} \\ \text{Maksimasi} \end{array} \right) Y = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_jX_j = \sum_{j=1}^n c_jx_j \quad (3.2)$$

Keterangan :

Y merupakan variabel terikat

$X_1, X_2, \dots, X_k$  merupakan variabel bebas / variabel keputusan

$c_1, c_2, \dots, c_k$  merupakan konstanta dari masing – masing variabel bebas pada fungsi tujuan.

#### Fungsi Kendala

Fungsi kendala pada program linear disajikan pada persamaan 3.3 dan 3.4 (Surachman; Murti, 2012:9).

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \begin{array}{l} \leq \\ < \\ = \\ > \\ \geq \end{array} b_i \quad (3.3)$$

$$X_j \geq 0 \text{ (Kendala non negativitas)} \quad (3.4)$$

Keterangan :

Y merupakan variabel terikat

$X_j$  merupakan variabel - variabel terikat / variabel keputusan

$a_{ij}$  merupakan konstanta dari masing – masing variabel bebas / variabel keputusan pada fungsi kendala

$b_i$  merupakan nilai batasan pada masing – masing fungsi kendala

Ada 5 jenis fungsi kendala pada program linier. Jenis – jenis kendala berdasarkan sifat dari konstanta  $b_i$  disajikan adalah :

### 1. *General constraint*

Ini adalah kendala yang disebabkan oleh kapasitas sumber daya yang tersedia. Misalkan kita memiliki 5 variabel keputusan yang mewakili biaya dari durasi iklan di beberapa media yang dapat dipilih dan anggaran yang tersedia untuk iklan hanya Rp 5.000.000, maka jumlah dari variabel – variabel keputusan yang berupa biaya iklan adalah  $\leq$  Rp.5000.000. Contoh lain dari kendala ini adalah kendala kapasitas gudang, jarak tempuh maksimum, jumlah modal yang tersedia, dll.

### 2. *Policy Constraint*

Ini kendala yang didefinisikan melalui kebijakan dari pengambil keputusan sendiri maupun suatu aturan yang membatasi tindakan dari pengambil keputusan. Kendala ini mirip dengan *general constraint*, hanya saja pada *general constraint* nilai batasannya merupakan sumber daya yang memang tersedia, sedangkan pada *policy constraint* batasannya merupakan jumlah sumber daya yang ditentukan sendiri melalui kebijakan. Misalkan pada contoh biaya iklan diatas, meskipun biaya yang tersedia untuk iklan adalah sebesar Rp 5000.000, tetapi apabila kebijakan perusahaan hanya mengalokasikan Rp 2.000.000 untuk iklan, maka jumlah dari variabel – variabel keputusan yang berupa biaya iklan adalah  $\leq$  Rp 2.000.000. Selain kebijakan yang ditentukan oleh pengambil keputusan sendiri, juga terdapat kebijakan yang diatur oleh badan hukum yang harus dipatuhi oleh pengambil keputusan, misalkan pada pasal 77 UU No.13 tahun 2003 ayat 2 yang mengatur durasi kerja maksimum.

### 3. *Physical Constraint*

Kendala ini adalah kendala yang ditimbulkan oleh sifat fisik alami dari variabel – variabel keputusan. Misalkan pada kasus

distribusi produk dari pabrik ke distributor lalu ke retail, maka kendala yang harus pasti ada adalah “Jumlah barang yang dikirim dari distributor ke retail harus sama dengan Jumlah barang yang dikirim dari pabrik ke distributor”. Mungkin pada faktanya tidak 100% produk yang dikirimkan dari pabrik tidak ada yang rusak sebelum dikirimkan ke retail, tetapi paling tidak itu adalah kondisi ideal yang harus dicapai.

#### 4. *Bound on variables*

Ini merupakan kendala yang menunjukkan nilai alamiah dari variabel – variabel keputusan. Contoh dari kendala ini adalah kendala non-negativitas pada variabel – variabel keputusan. Contoh lain dari kendala ini adalah kendala dimana nilai pada variabel keputusan tidak bernilai nol.

#### 5. *Data type constraint*

Kendala ini merupakan kendala yang mengatur tipe data dari nilai variabel – variabel keputusan. Kendala ini tidak harus ada pada persamaan program linier karena tidak semua permasalahan program linier mengharuskan variabel keputusannya bernilai bilangan bulat atau biner. Contoh dari kendala ini adalah kendala integer dimana masing – masing nilai dari variabel keputusan harus bilangan bulat, biner dimana nilai dari variabel keputusan harus bilangan 0 atau 1 atau seluruh nilai dari variabel – variabel keputusan tidak boleh ada yang sama, dll.

### **3.4.3 Formulasi Matematis ke Pemodelan *Spreadsheet***

Untuk mempermudah pemahaman cara melakukan pemodelan *spreadsheet*, berikut ini merupakan contoh permasalahan program linier sederhana.

Sebuah fasilitas produksi bahan kimia cair membuat 2 macam cairan untuk pembunuh hama. Ada 2 jenis cairan yang dibuat, yaitu standar dan superior. Tiap 1 liter cairan standar memerlukan 1 unit bahan A dan 3 unit bahan B, sedangkan cairan superior memerlukan 2 unit bahan A dan 1 unit bahan B. Jumlah bahan A yang tersedia adalah 30 unit dan bahan B 20 unit. Untuk produksi cairan standar akan menghasilkan keuntungan sebesar \$20, sedangkan cairan superior \$20, tentukanlah jumlah produksi kedua cairan bila diasumsikan seluruh cairan yang diproduksi akan laku terjual (Siang, 2011:15).

Penyelesaian :

- Merancang model matematis

Variabel keputusan :

$X_1$  = Jumlah cairan standar yang dibuat

$X_2$  = Jumlah cairan superior yang dibuat

Fungsi tujuan :

$$Y_{\max} = 20X_1 + 30X_2$$

Fungsi kendala :

$$1X_1 + 2X_2 \leq 30 \quad (\text{Kendala ketersediaan bahan A})$$

$$3X_1 + 1X_2 \leq 20 \quad (\text{Kendala ketersediaan bahan B})$$

$$X_1, X_2 \geq 0 \quad (\text{Kendala non-negativitas})$$

- Menerjemahkan model matematis yang telah dibuat ke dalam model *spreadsheet* pada *microsoft excel*.

Hasil pemodelan *spreadsheet* pada permasalahan *linear programming* disajikan pada gambar 3.1. Bentuk sajian model *spreadsheet* bisa berbeda tergantung dari masing – masing pemodel, asalkan sel untuk menyajikan seluruh variabel

keputusan, fungsi kendala dan fungsi pembatas tersajikan pada model.

|   | A      | B            | C        | D         | E            |
|---|--------|--------------|----------|-----------|--------------|
| 1 |        | Jenis cairan |          |           |              |
| 2 |        | Standard     | Superior |           |              |
| 3 | Bahan  | 0            | 0        | Kebutuhan | Ketersediaan |
| 4 | A      | 1            | 2        | 0         | 30           |
| 5 | B      | 3            | 1        | 0         | 22           |
| 6 | Profit | 20           | 30       | 0         |              |

Gambar 3.1 *Spreadsheet modelling* pada permasalahan *linear programming*

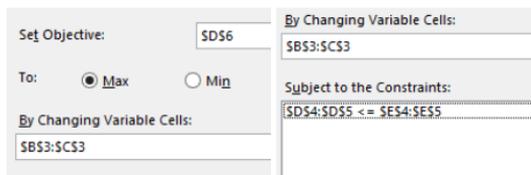
Formula yang harus ditambahkan untuk melengkapi model disajikan pada tabel 3.3.

Tabel 3.3 *Formula* pada *spreadsheet modelling LP*

| Cell | Formula                          | Fungsi   |
|------|----------------------------------|--|
| D4   | =SUMPRODUCT(B4:C4;\$B\$3:\$C\$3) | Mengetahui jumlah bahan A yang terpakai                              |
| D5   | =SUMPRODUCT(B5:C5;\$B\$3:\$C\$3) | Mengetahui jumlah bahan B yang terpakai                              |
| D6   | =SUMPRODUCT(B6:C6;\$B\$3:\$C\$3) | Mengetahui keuntungan total dari keputusan jumlah kedua jenis cairan |

- Mengatur parameter – parameter pada *solver*

Pengaturan parameter *solver* pada permasalahan *integer linear programming* disajikan pada gambar 3.2



Gambar 3.2 Parameter *solver* pada permasalahan *linear programming*

- Membaca hasil dari *solver*

Hasil pemodelan *spreadsheet* pada permasalahan *integer linear programming* disajikan pada gambar 3.3. Berdasarkan gambar 3.3, fasilitas produksi mampu mendapatkan keuntungan sebesar \$ 464 (*cell D6*) dengan memproduksi 2,8 liter cairan standar (*cell B3*) dan 13,6 liter cairan superior (*cell C3*). Bahan A yang terpakai untuk memproduksi kedua jenis pakaian adalah 30 unit (*cell D4*) dan bahan B adalah 22 unit (*cell D5*).

|   | A      | B            | C        | D         | E            |
|---|--------|--------------|----------|-----------|--------------|
| 1 |        | Jenis cairan |          |           |              |
| 2 |        | Standard     | Superior |           |              |
| 3 | Bahan  | 2,8          | 13,6     | Kebutuhan | Ketersediaan |
| 4 | A      | 1            | 2        | 30        | 30           |
| 5 | B      | 3            | 1        | 22        | 22           |
| 6 | Profit | 20           | 30       | 464       |              |

Gambar 3.3 Hasil penyelesaian *solver* pada permasalahan *linear programming*

Secara garis besar, tahapan dari formulasi matematis hingga mendapatkan suatu hasil pada fungsi tujuan adalah :

1. Formulasi matematis

Secara garis besar, formulasi matematis pada permasalahan riset operasi terdiri dari 3 hal, yaitu variabel keputusan, tujuan dan kendala. Pada contoh diatas, penyajian variabel keputusan menyatakan jumlah masing – masing objek yang akan ditentukan jumlah produksinya, yaitu kedua jenis cairan. Fungsi tujuan disajikan dengan cara mempertimbangkan keuntungan / *profit*. Secara garis besar, fungsi tujuan yang berhubungan dengan keuntungan akan menjadi fungsi maksimasi, sedangkan yang berhubungan dengan biaya akan menjadi fungsi minimasi. Fungsi kendala pada permasalahan diatas ada pada ketersediaan bahan